

УДК 629.113

Р.О. Кайдалов<sup>1</sup>, В.М. Баштовой<sup>1</sup>, О.О. Ларін<sup>2</sup>, О.О. Водка<sup>2</sup>, В.Г. Баркалов<sup>3</sup><sup>1</sup> Національна академія Національної гвардії України, Харків<sup>2</sup> Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків<sup>3</sup> Національний університет цивільного захисту України, Харків

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ З ДВОРІВНЕВОЮ НЕЛІНІЙНОЮ СИСТЕМОЮ ПІДРЕСОРИЮВАННЯ ПРИ ПЕРЕЇЗДІ ОДИНИЧНОЇ ДОРОЖНЬОЇ НЕРІВНОСТІ

Стаття присвячена вивченню ефективності застосування нелінійного дворівневого підресорювання спеціальних транспортних засобів, яке спрямоване на підвищення плавності їх ходу. Наведені результати теоретичних досліджень, щодо характеристик відповідного транспортного засобу, як нелінійної системи. Побудовано математичну нелінійну дискретну динамічну модель даного транспортного засобу, на основі якої проведено серію досліджень щодо вільних коливань транспортного засобу. Наведено результати порівняльного аналізу щодо частот та амплітуд коливань які встановлюються в транспортному засобі в лінійній та запропонованій дворівневій нелінійній компоновках при імпульсному збудженні, що прикладається до коліс даного транспортного засобу.

**Ключові слова:** спеціалізовані транспортні засоби, плавність ходу, нелінійне підресорювання, системи із квазінульовою жорсткістю, вільні коливання нелінійних систем.

### Вступ

Важливою характеристикою сучасних транспортних засобів (ТЗ) спецпризначення є забезпечення високих показників їх плавності ходу. Плавність ходу це сукупність властивостей ТЗ, що забезпечують віброзахист пасажирів та вантажів, які перевозяться від впливу вібрацій [1].

Особливо актуальними ці питання стають при перевезеннях віброчутливих вантажів дія вібрацій на які здатна привести до аварійно-небезпечних ситуацій, а також в умовах руху спеціалізованих транспортних засобів (СТЗ) по дорогам поганої якості або бездоріжжю.

В якості прикладів перевезення віброчутливих вантажів при виконанні службово-бойової діяльності сил охорони правопорядку є цільові завдання:

- доставка боєприпасів в зону проведення бойових дій;
- транспортування вибухонебезпечних вантажів, що виявлені, наприклад, в ході робіт з розмінування місцевості;
- перевезення небезпечних хімічних речовин;
- доставка медикаментів в польових умовах.

**Постановка проблеми.** Окремої уваги заслуговують питання перевезення людей по дорогам поганої якості або бездоріжжю. В першу чергу це стосується питань вивезення та транспортування поранених із зони проведення бойових дій, але також дуже важливими є питання зменшення шкідливої дії на здоров'я людини тривалої дії вібрацій, наприклад, при виконанні завдань з патрулювання кордону або певних територій в рамках службово-бойової діяльності сил охорони правопорядку.

Виключно різноманітні умови використання та експлуатації таких ТЗ вимагають не тільки постійного вдосконалення та модернізації вже існуючих моделей, але і створення нових, спеціально пристосованих до відповідних умов, а отже більш надійних зразків спеціалізованої.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Підходи до оцінок та норми, що висуваються до рівня плавності ходу сучасних ТЗ спеціалізованого призначення визначені в таких стандартах [2 – 6]: ISO 2631 – стандарт, що використовується в більшості країн ЄС; BS 6841 – стандарт, що використовується у Великобританії; VDI 2057 стандарт, що використовується в Німеччині та Австрії; AAP – стандарт, що використовується в США і є прийнятим як стандарт НАТО (NATO Reference Mobility Model (NRMM)).

Аналіз інформації, що представлена в наведених документах свідчить про те, що для забезпечення високих показників з плавності ходу необхідно зменшити частоти вібрацій та амплітуди вібрацій (віброприскорень) (пікові значення при переїзді одиничних нерівностей або середньоквадратичні значення (СКЗ) при стаціонарному русі).

При цьому, в стандартах регламентуються допустимі рівні віброприскорень на окремих частотах вібрацій, що діють на людину або вантаж під час перевезення. Найбільш небезпечними є коливання за частотами у діапазоні 4 – 8 Гц.

Проблемі плавності ходу і підресорювання автомобілів присвячені фундаментальні дослідження вчених І.Г. Пархіловського, Я.М. Певзнера, Р.В. Ротенберга, А.А. Силаєва, А.А. Хачатурова, Н.Н. Яценко та інших [7 – 9]. В яких показано, що

покращення плавності ходу спеціалізованих ТЗ, які знаходяться в умовах руху по дорогам із поганим покриттям та/або бездоріжжю може бути здійснено лише шляхом удосконалення їх системи підресорювання.

Зменшення амплітуд вібрацій може бути досягнуто зменшенням жорсткості підвіски транспортного засобу або використанням системи демпфування коливань. Використання нелінійної системи підвіски може забезпечити віброізоляцію вантажу в умовах збереження його несучої спроможності та компактних розмірів. Найбільшу практичну цінність тут мають системи із квазінульовою жорсткістю [10]. В даній роботі представлено результати теоретичного моделювання динамічних характеристик СТЗ з такою дворівневою системою підресорювання, як консервативної нелінійної системи.

**Метою роботи** є побудова моделі ТЗ із нелінійним дворівневим підресорюванням, який на відміну від традиційних конструкцій має додаткову систему підресорювання, що забезпечує квазінульову жорсткість підвішування вантажів [11 – 12].

### Виклад основного матеріалу

Розглядається двовісний колісний ТЗ, який умовно складається з несучої рами (кузова) та вантажної платформи на якій розташовується вантаж для перевезень (рис. 1).

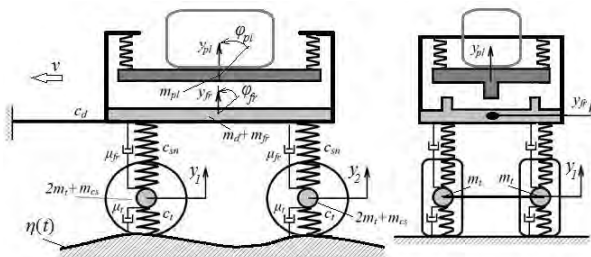


Рис. 1. Дискретна модель ТЗ із дворівневою системою підресорювання

Рама (кузов) ТЗ забезпечена традиційним лінійним підресорюванням, в той час як вантажна платформа має додаткову ступінь підресорювання, яка монтується до рами за допомогою пружинного блоку. Даний блок пропонується виконати у формі ферми Мізеса (рис. 2), що має нелінійну характеристику із областю, яка реалізує стан квазінульової жорсткості. Нелінійна характеристика даної системи сформована геометричними співвідношеннями між деформацією горизонтальних пружин та вертикальними переміщеннями. Причому горизонтальні пружини повинні бути попередньо у стисненому стані. Якщо ввести позначення  $L$  – довжина пружини у горизонтальному стисненому положенні,  $\Delta$  – величина попереднього стискання,  $c_s$  – жорсткість пружин вертикальних,  $c_k$  – жорсткість пружин горизонтальних,  $y$  – вертикальне переміщення платформи із

вантажем, то нелінійна приведена пружна сила, що виникатиме в пружинному блоці матиме вигляд (1), а жорсткість ферми  $C_{nl}(y)$  є похідною від сили і може бути записана у вигляді (2).

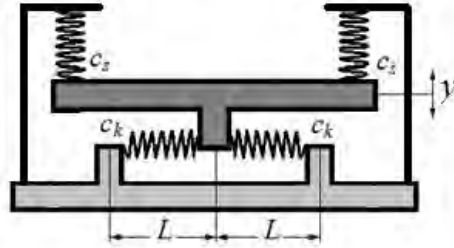


Рис. 2. Конструктивні реалізації другого рівня підресорювання, що виконана у формі ферми Мізеса

$$F_{nl}(y) = c_s \cdot y + c_k \cdot y \cdot \left[ 1 - \frac{L_k + \Delta}{\sqrt{L_k^2 + y^2}} \right] \quad (1)$$

$$C_{nl}(y) = c_s + c_k \times \left( 1 - \frac{L_k + \Delta}{\sqrt{L_k^2 + y^2}} + y^2 \cdot \frac{(L_k + \Delta)}{(L_k^2 + y^2)^{3/2}} \right), \quad (2)$$

На рис. 3, а наведено графік залежності нелінійної пружної сили  $F_{nl}(y)$  від вертикальних переміщень платформи, на рис. 3, б наведено графік залежності жорсткості ферми Мізеса від переміщень платформи. Для наочності графіків пунктирною лінією показана лінійна пружна сила та жорсткість, що утворюється при демонтажі горизонтальних пружин коректорів жорсткості. Наведена залежність нелінійної пружної сили вказує на наявність області із квазінульовою жорсткістю: це інтервал переміщень  $\pm 0,02$  м. Крім того в межах переміщень  $\pm 0,4$  м горизонтальні коректори забезпечують меншу пружну силу ніж лінійна компоновка без коректорів жорсткості. Окремо слід зазначити, що із збільшенням можливих переміщень жорсткість даної системи різко зростає, що призведе до протилежного відносно віброізоляції ефекту.

Слід також відмітити, що нелінійна характеристика матиме область із квазінульовою жорсткістю лише у випадку, якщо жорсткості пружин та їх попереднє стискання будуть у раціональному співвідношенні (3):

$$C_s \cdot L = C_k \cdot \Delta. \quad (3)$$

Характеристики спеціалізованого ТЗ, що має дворівневу систему підресорювання, можна знайти з аналізу дискретної нелінійної системи, схема якої наведена на рис. 1. У диференційні рівняння, що представляють дану модель [13] внесено відповідні доданки, що відповідають силам дисипації (4). Дисипативні сили вводились відповідно до рис. 1. Параметри системи наведено в табл. 1.

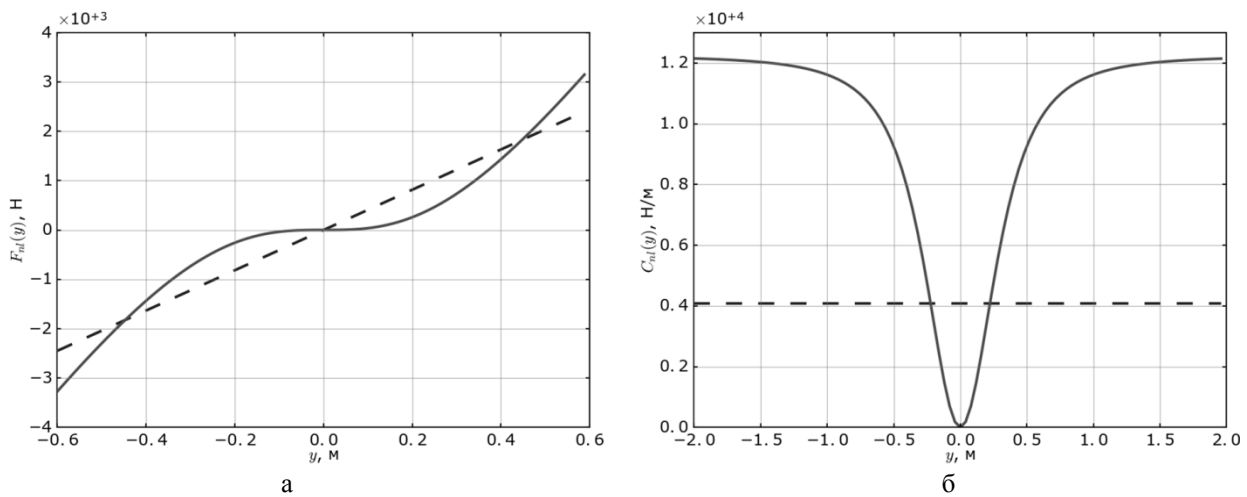


Рис. 3. Характеристики ферми Мізеса: а – пружна сила; б – жорсткість. Пунктирною лінією показані відповідні характеристики лінійної системи

$$\left\{ \begin{aligned}
 & m_1 \ddot{y}_1 + (c_w + c_{sn1})y_1 - c_{sn1}y_{fr} + \frac{L_0}{2}c_{sn1}\phi_1 + \mu_t \dot{y}_1 = c_t \eta_1(t); \\
 & m_2 \ddot{y}_2 + (c_w + c_{sn2})y_2 - c_{sn2}y_{fr} + \frac{L_0}{2}c_{sn2}\phi_2 + \mu_t \dot{y}_2 = c_t \eta_2(t); \\
 & m_3 \ddot{y}_{fr} - c_{sn1}y_1 - c_{sn2}y_2 + (c_{sn1} + c_{sn2})y_{fr} + \frac{L_0}{2}(c_{sn2} - c_{sn1})\phi_1 - F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_1 - \phi_2)\right) - \\
 & \quad - F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_2 - \phi_1)\right) = 0; \\
 & 2 \frac{I_2}{L_0} \ddot{\phi}_1 + c_{sn1}y_1 - c_{sn2}y_2 + (c_{sn2} - c_{sn1})y_{fr} + \frac{L_0}{2}(c_{sn1} - c_{sn2})\phi_1 + F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_1 - \phi_2)\right) - \\
 & \quad - F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_2 - \phi_1)\right) = 0; \\
 & m_4 \ddot{y}_{pl} + \mu_{pl} \dot{y}_{pl} + F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_1 - \phi_2)\right) + F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_2 - \phi_1)\right) = 0; \\
 & 2 \frac{I_2}{L_0} \ddot{\phi}_2 + \mu_2 \frac{L_0}{2} \dot{\phi}_2 - F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_1 - \phi_2)\right) + F_{NL}\left(y = x_{pl} - x_{fr} + \frac{L_0}{2}(\phi_2 - \phi_1)\right) = 0.
 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Таблиця 1

Параметри системи

Параметр	$m_1, m_2$	$m_3$	$m_4$	$I_1$	$I_2$	$c_{sn1}, c_{sn2}$	$c_w$	$L_0$	$\mu_t, \mu_{fr}$	$\mu_{pl}, \mu_2$
Одиниця вимірювання	кг	кг	кг	кг·м <sup>2</sup>	кг·м <sup>2</sup>	н/м	н/м	м	кг/с	кг/с
Значення	83	168	176	252,3	344,6	$2,4 \times 10^5$	$3,5 \times 10^5$	2,2	500	25

В системі рівнянь використано позначення, які представлені на схемі рис. 1, а також додатково введено позначення  $L_0$  для загальної довжини ТЗ,  $m_1 = 2m_t + m_{cs}$  – для маси передньої колісної осі, яка складається з маси двох коліс та осі, аналогічно для маси задньої колісної осі  $m_2 = m_1$ ,  $m_3 = m_{fr} + m_d$  позначимо для сумарної маси рами та розміщеного на ній обладнання (без врахування вантажної платформи і вантажу), які розглядаються в дані роботі окремо:  $m_4 = m_{pl} + m_1$ . Також моменти інерції для рами і для вантажної платформи з вантажем позначено  $I_1$  та  $I_2$ .

Представлена система диференціальних рівнянь розраховувалась чисельним методом Рунге-Кути

4-го порядку. При цьому завдавалось одночасне кінематичне навантаження  $\eta_1(t)$  та  $\eta_2(t)$  на колісні осі (рис. 4), що відповідають переїзду на швидкості 5 км/год колесами ТЗ одиночної нерівності, яка має форму пів синуса з шириною 5 см (рис. 4).

Для визначення динамічної поведінки ТЗ система рівнянь (4) розв'язувалась при різних амплітудах навантаження (висоті нерівності). Частотний склад коливань визначався за допомогою швидкого перетворення Фур'є. На рис. 5, а наведено результати розрахунку моделі, як залежності в часі для лінійно системи з вимкненим підресорюванням, на рис. 5, б – фазова траєкторія цього рішення.

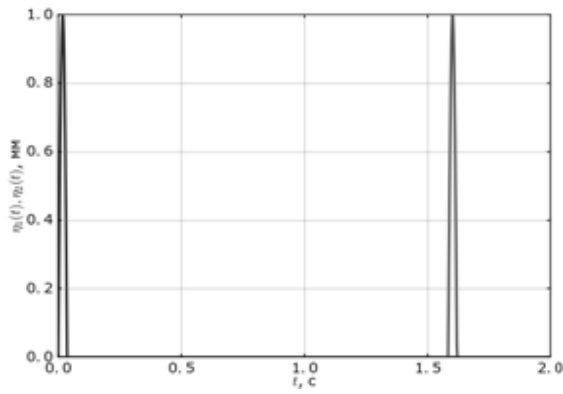


Рис. 4. Графік залежності навантаження на осі ТЗ від часу

Для системи лінійного підресорювання величина нерівності дороги впливає лише на амплітуду коливань системи, та не змінює її частоти, яка відповідає збудженню власних частот коливань системи. У випадку нелінійного підресорювання величина доро-

жньої нерівності впливає не тільки на амплітуду коливань, а й на частоти системи. Тому даній роботі було проведено аналіз вільних коливань СТЗ при переїзді одиничної нерівності з різною висотою в діапазоні від 50 мм до 500 мм – результати цих розрахунків наведено на рис. 6. Причому при дії імпульсу з малою амплітудою власне самих коливань майже не відбувається, спостерігається лише два сплески швидкості на вантажній платформі (переїзд перешкоди передньою віссю та потім задньою віссю ТЗ) із високо частотними швидким їх затуханням.

Узагальнюючи результати розрахунків коливань верхньої платформи при переїзді через нерівність у випадку нелінійного підресорювання видно, що характер коливального процесу сильно змінюється з ростом висоти нерівності як за амплітудою, так і за частотним складом. На рис. 7 наведено спектри коливань, які було отримано швидким перетворенням Фур'є.

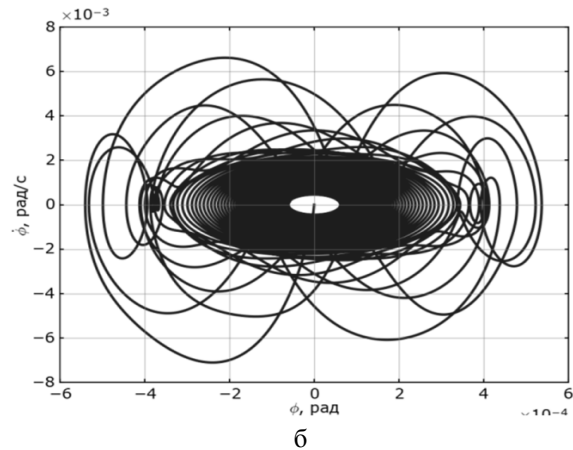
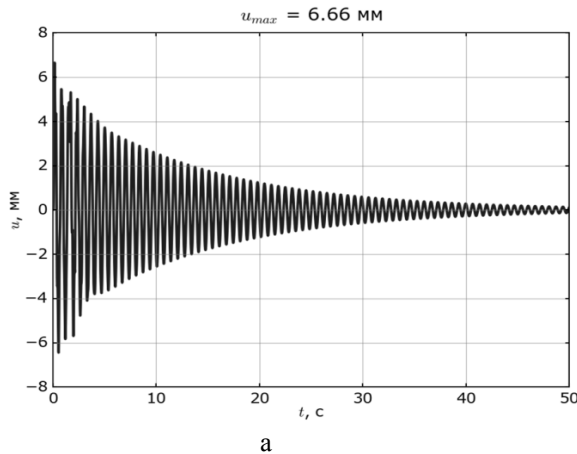
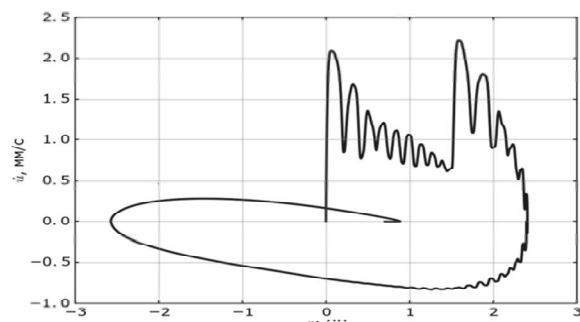
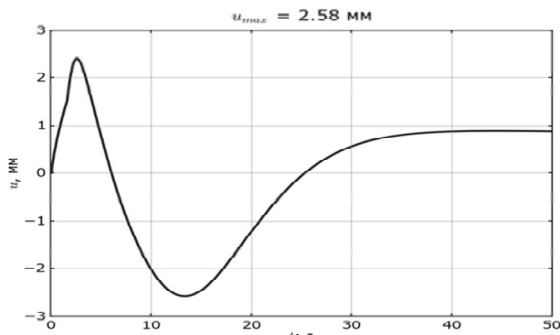


Рис. 5. Реалізація (а) та фазова траєкторія (б) верхньої платформи з вимкненим нелінійним підресорюванням

При висотах нерівності до 150 мм спостерігається майже моногармонічні коливання з частотами до 0,2 Гц (рис. 6, 7). Така ситуація є сприятливо для вантажу, що перевозиться, через низький рівень віброприскорень.

Однак з ростом висоти нерівності процес коливань перестає бути переважно моногармонічним, і починають проявлятися вищі гармоніки. Так при

висоті нерівності  $A_h = 300$  мм (рис. 6, г, рис. 7, г) спостерігається накладання гармонік з близькими частотами (так зване биття). Це явище виникає внаслідок того, що парціальні власні частоти різних рівнів підресорювання становляться близькими (явище внутрішнього резонансу). З подальшим збільшенням висоти нерівності процес коливань стає суттєво полігармонічним.



а -  $A_h = 50$  мм

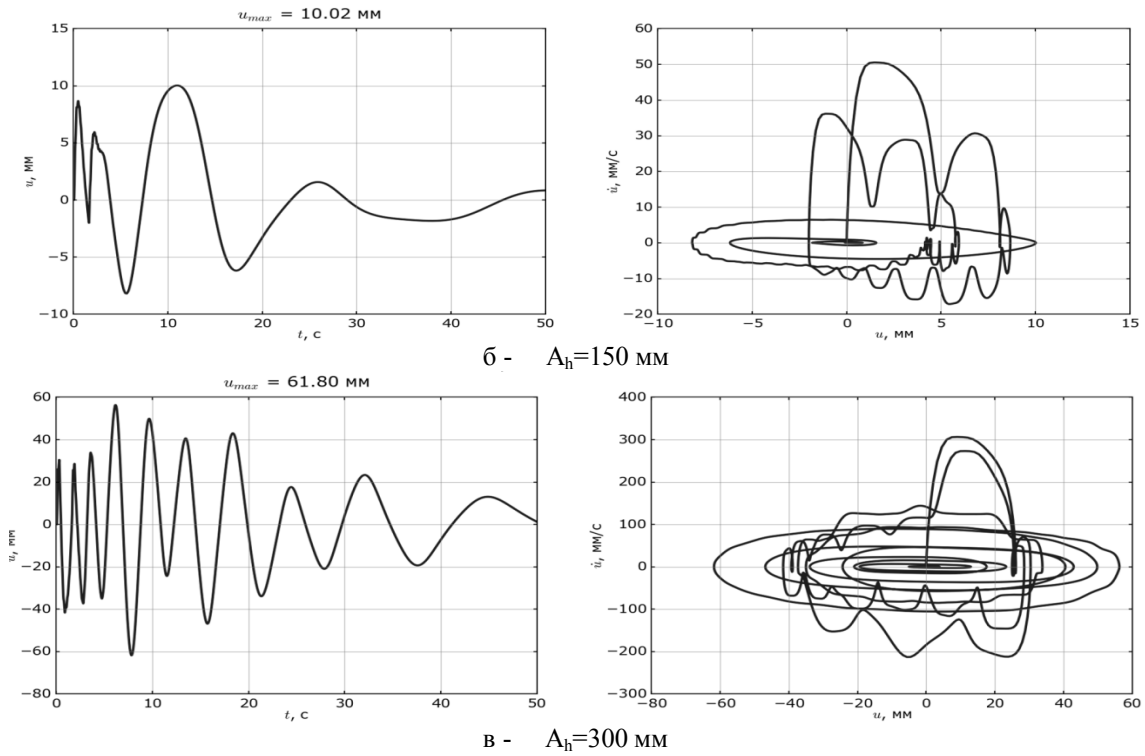


Рис. 6. Графіки коливань верхньої платформи при переїзді нерівності різної висоти (реалізації – зліва, фазові траєкторії – справа)

Для порівняння ефективності використання лінійного та нелінійного підресорювання було проаналізовані не лише вібропереміщення, що виника-

ють при переїзді одиначної нерівності але й віброприскорення (рис. 8), які було отримано шляхом узяття похідної від швидкості різницевим методом.

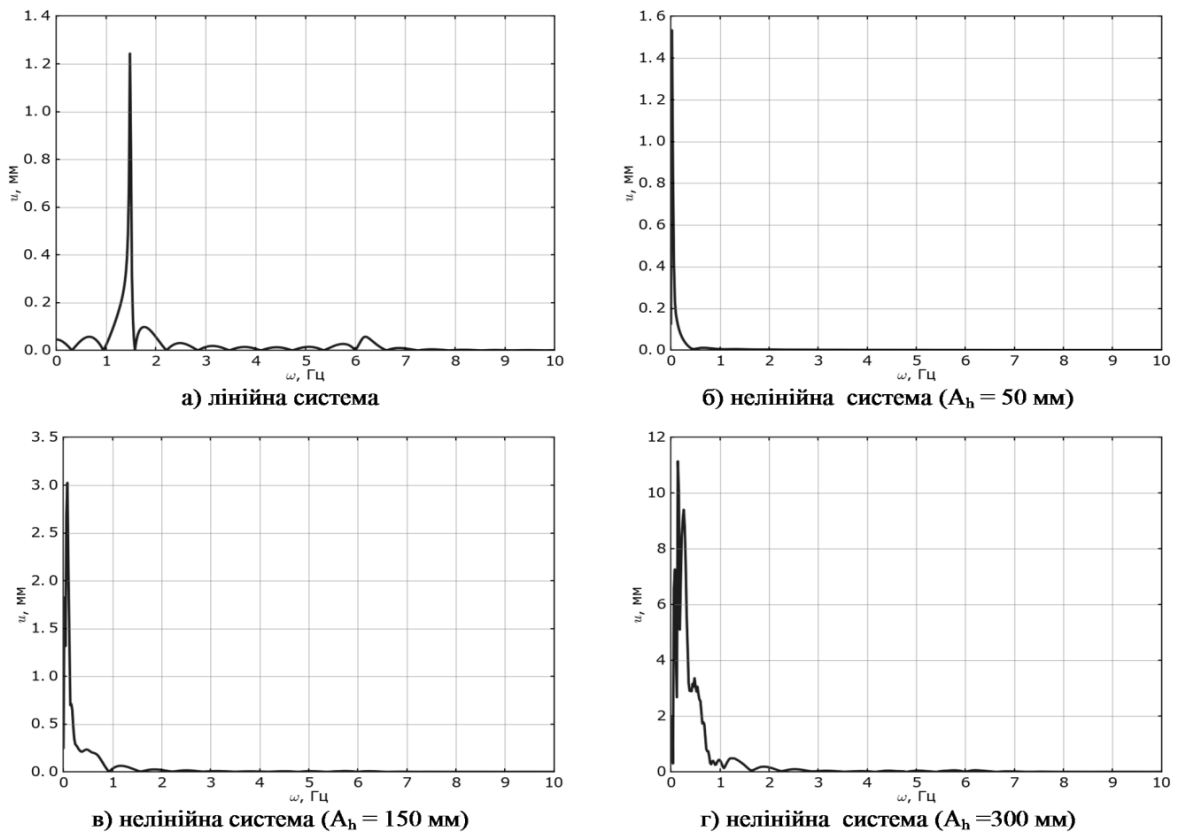


Рис. 7. Спектри коливань верхньої платформи при переїзді через нерівність різної висоти

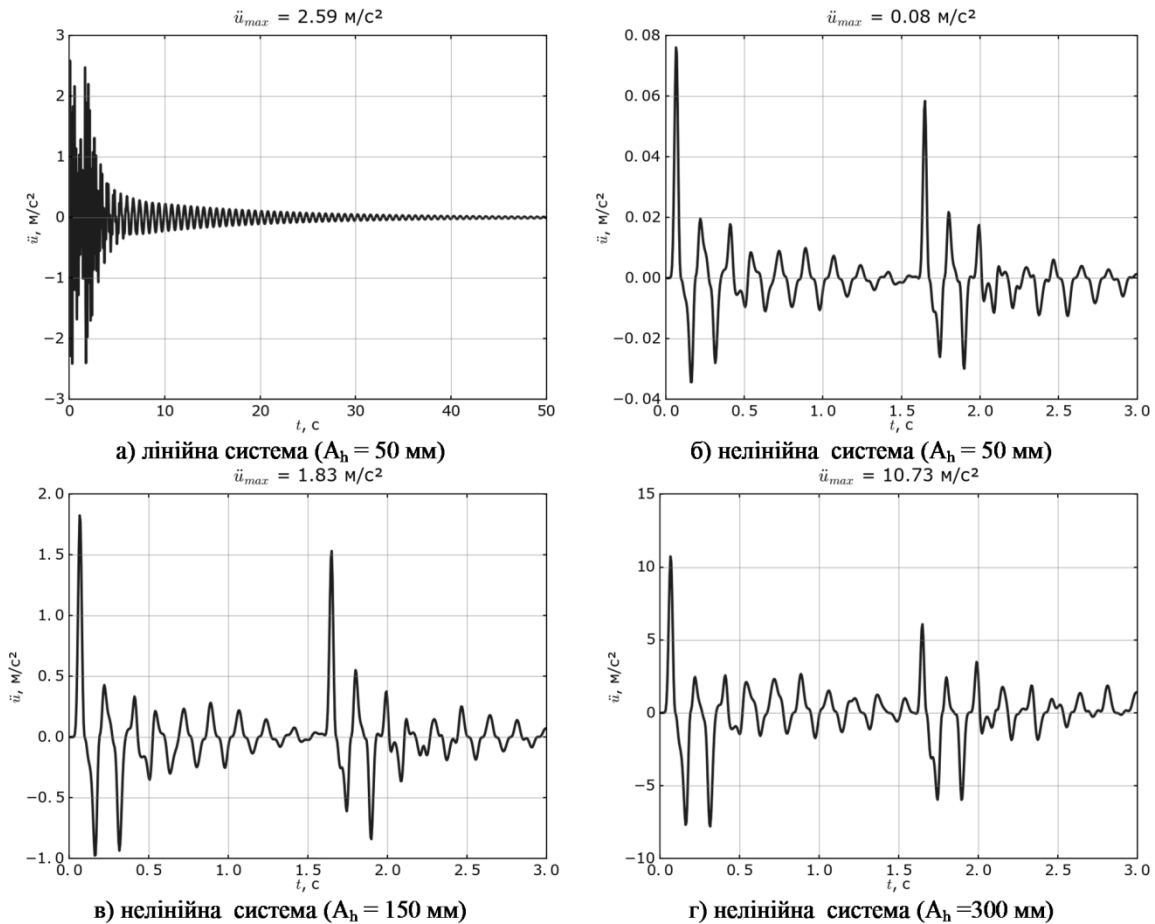


Рис. 8. Прискорення коливань верхньої платформи при переїзді через нерівність різної висоти

З метою узагальнення побудовано залежність пікових значень віброприскорень коливань системи при переїзді через нерівність від висоти нерівності (рис. 9).

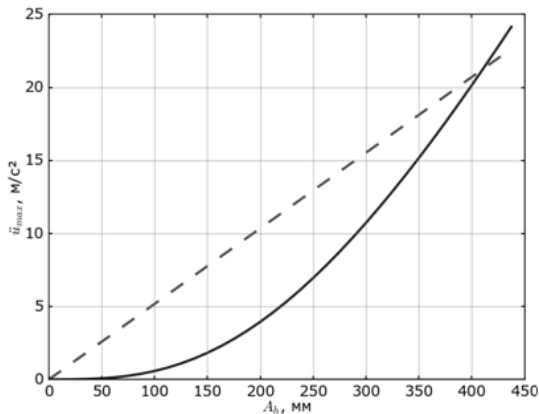


Рис. 9. Порівняння лінійної та нелінійної системи підресорювання за ефективністю віброізоляції по піковим значенням прискорення

Як видно з рисунку при висоті до 175 мм, нелінійна система показує вищу ефективність у порівнянні з лінійною системою, при збільшенні висоти нерівності – ефективність нелінійної системи зменшується. Слід відмітити, що нелінійна система під-

ресорювання при амплітудах коливань до 250 мм має більш ніж у два рази більшу ефективність у порівнянні з лінійною системою.

### Висновки

У роботі побудовано модель та проведено чисельні дослідження коливань спеціального транспортного засобу з лінійним та нелінійним підресорюванням. Проведено порівняльний аналіз вібраційних характеристик СТЗ з лінійним та нелінійним підресорюванням. Встановлено, що система нелінійної підвіски у порівнянні з лінійною є ефективною при переїзді нерівностей висотою до 175 мм.

Також нелінійна система підресорювання має у 2,5 рази нижчі власні частоти у порівнянні з лінійною, що сприятливо впливає на вантаж, що транспортується.

### Список літератури

1. Волков В.П. Теорія руху автомобіля: підруч. / В.П. Волков, Г.Б. Вільський – Суми: Університетська книга, 2010. – 320 с.
2. Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration, Part 1: General requirements, ISO 2631-1, 2nd ed. The International Organisation for Standardisation, 15 July; 1997. P.S. Els / Journal of Terramechanics 42 (2005) 47 – 64 63.

3. *British Standard Guide to measurement and evaluation of human exposure to whole body mechanical vibration and repeated shock, BS 6841*. British Standards Institution; 1987.

4. Hohl G.H. *Ride comfort of off-road vehicles* / G.H. Hohl // *Proc. of the 8th international conference of the ISTVS*. – Vol. 1 of III. – Cambridge, England, August 5 – 11, 1984.

5. Pradko F. *Vibration comfort criteria* / F. Pradko, R.A. Lee // *Society of Automotive Engineers (SAE)*. – Technical Paper 660139, Warrendale; 1966.

6. *Human exposure to mechanical vibrations whole-body vibration, Verein Deutscher Ingenieure, VDI 2057*; September, 2002.

7. *Динамика системы дорога-шина-автомобиль-водитель* / А.А. Хачатуров и др. – М.: Машиностроение, 1976. – 536 с.

8. *Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля* / Р.В. Ротенберг. – М.: Машиностроение, 1972. – 392 с.

9. *Колебания автомобиля: испытания и исследование* / Я.М. Певзнер, Г.Г. Гридасов, А.Д. Конев, А.Е. Плетнев. – М.: Машиностроение, 1978. – 208 с.

10. *Виброзащитные системы с квазиулево жесткостью* / К.М. Рагульскис и др. – Л.: Машиностроение,

Ленинградское отделение, 1986. – 96 с.

11. *Експериментальні дослідження вертикальних коливань спеціалізованого транспортного засобу з нелінійним підресоренням при переїзді одиночної нерівності* / А.Я. Калиновський та ін. // *Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ"*: зб. наук. пр. Темат. вип. Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 58 (1100). – С. 31-39.

12. *Експериментальне оцінювання плавності ходу спеціалізованого транспортного засобу з нелінійним підресорюванням при русі по бездоріжжю* / Р.О. Кайдалов, В.М. Баштовий, О.О. Ларін, О.О. Водка // *Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України*. – 2015. – Вип. 2 (26) 27. – С. 27-31.

13. *Дослідження динамічних характеристик спеціалізованого транспортного засобу, що має дворівневу нелінійну систему підресорювання* / О.О. Ларін, О.О. Водка, Р.О. Кайдалов, В.М. Баштовий // *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Нові рішення у сучасних технологіях. – 2015. – № 62. – С. 17-22.

Надійшла до редколегії 5.07.2016

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.М. Ларін, Національний університет цивільного захисту України, Харків.

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С ДВУХУРОВНЕВОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ПОДРЕССОРИВАНИЯ ПРИ ПЕРЕЕЗДЕ ЕДИНИЧНОЙ НЕРОВНОСТИ

Р.О. Кайдалов, В.М. Баштовий, А.А. Ларін, А.А. Водка, В.Г. Баркалов

*Статья посвящена изучению эффективности применения нелинейного двухуровневого поддресоривания специальных транспортных средств, которое направлено на повышение плавности их хода. Приведенные результаты теоретических исследований, в характеристиках соответствующего транспортного средства, как нелинейной системы. Построена математическая нелинейную дискретную динамическую модель данного транспортного средства, на основе которой проведена серия исследований относительно свободных колебаний транспортного средства. Приведены результаты сравнительного анализа по частотам и амплитудам колебаний которые устанавливаются в транспортном средстве в линейной и предложенной двухуровневой нелинейной компоновках при импульсном возбуждении, которое прикладывается к колесам данного транспортного средства.*

**Ключевые слова:** специализированные транспортные средства, плавность хода, нелинейное поддресоривание, системы с квазиулево жесткостью, свободные колебания нелинейных систем.

### MATHEMATICAL MODELING OF THE VIBRATION CHARACTERISTICS OF A SPECIALIZED VEHICLE WITH A DOUBLE-LEVELLED SYSTEM OF NONLINEAR SUSPENSION MOVING THRU THE UNIT ROAD IRREGULARITY

R.O. Kaidalov, V.M. Bashtovoi, A.A. Larin, A.A. Vodka, V.G. Barkalov

*The work deals with the definition of an effective way of the suspension on the specialized vehicles and is aimed on improvement of the smoothness of its movement (riding comfort). A riding comfort is an important operational feature of the modern vehicles that allow to protect the passengers and goods from the influence of the vibrations during the vehicle movement. These are especially important for the transportation of the dangerous goods.*

*The paper presents the design scheme of specialized vehicles, which has additional level of cushioning, with the nonlinear characteristic, which has a quasi-zero stiffness in the equilibrium position. The mathematical model of the dynamic behavior of the specialized vehicles are developed as a nonlinear discrete system. The results of numeric calculations of the dynamic response of the vehicle on the impact is presented based on the developed model. A vertical vibrations of the luggage platform is analyzed caused by the kinematics impact that applied on the axis of the vehicle. The load is applied on the axis of the vehicle with time delay providing its vertical vibrations. The results of the comparative analysis is shown for the frequencies and amplitudes of the vehicle vertical vibrations within two different suspensions: in the linear and nonlinear statements under impact excitation.*

**Keywords:** specialized vehicles, ride smoothness, nonlinear suspension, systems with quasi-zero stiffness, nonlinear free oscillations of conservative systems.